

---

ΤΑΞΗ Γ'  
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ  
Διαγώνισμα στα Όρια και τη Συνέχεια Συναρτήσεων  
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2001-2002  
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

---

**ΖΗΤΗΜΑ 1**

Δίνεται η συνάρτηση

$$g(x) = \frac{x^2 + 2x + \mu}{x}$$

1. Να βρείτε για ποια τιμή του  $\mu \in \mathbb{R}$  υπάρχει στο  $\mathbb{R}$  το όριο  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ .
2. (α') Να αποδείξετε ότι για κάθε  $x_1, x_2 \in \mathcal{D}_g$  με  $x_1 \neq x_2$  ισχύει

$$g(x_1) = g(x_2) \Leftrightarrow x_1 x_2 = \mu$$

(β') Να αποδείξετε ότι αν  $\mu \neq 0$  τότε  $g\left(2\sqrt{|\mu|}\right) = g\left(\frac{\mu}{2\sqrt{|\mu|}}\right)$ .

(γ') Να αποδείξετε ότι η τιμή που βρήκατε στο ερώτημα (1) είναι η μοναδική τιμή του  $\mu$  για την οποία η  $g$  είναι 1-1.

**ΖΗΤΗΜΑ 2**

Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu x}{x} & , \quad x < 0 \\ \sigma\upsilon\nu x & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$

1. Να μελετήσετε ως προς την συνέχεια την  $f$ .
2. Να αποδείξετε ότι υπάρχει  $\xi \in (0, \pi)$  τέτοιος ώστε να ισχύει

$$f(\xi) = f(\xi - f(\xi))$$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

ΖΗΤΗΜΑ 1,1: Σχολικό βιβλίο A3 β) σελ. 182

ΖΗΤΗΜΑ 2,1: Σχολικό βιβλίο A4 ii) σελ. 198