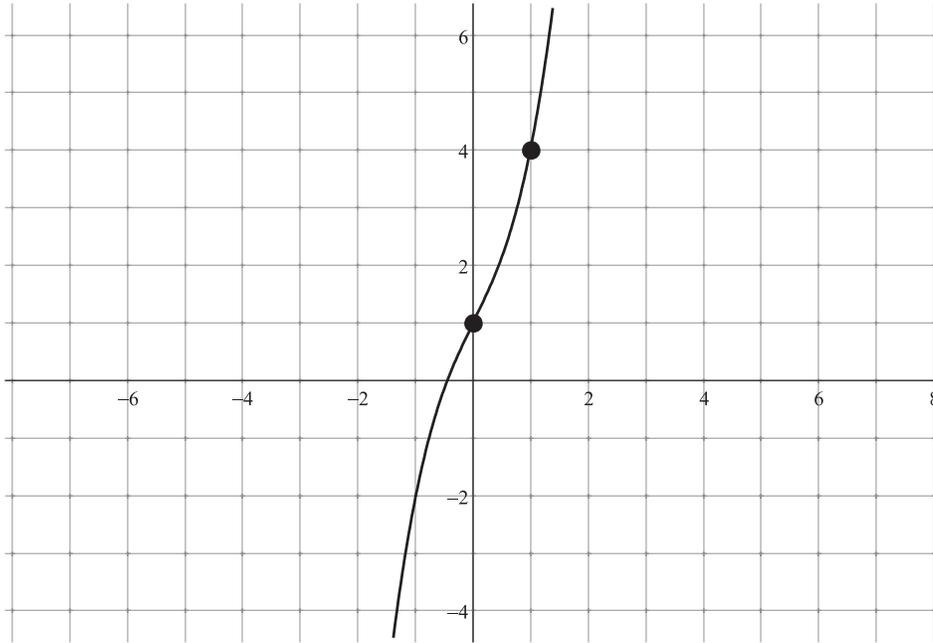

ΤΑΞΗ Γ
ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
1ο Τρίωρο Διαγώνισμα
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2000-2001
Καθηγητής: Ν.Σ. Μαυρογιάννης

ΖΗΤΗΜΑ 1

Στο σχήμα που ακολουθεί υπάρχει η γραφική παράσταση μίας συνάρτησης της μορφής

$$f(x) = x^3 + \kappa x + \lambda$$



1. Να βρείτε τα κ , λ .

10 ΜΟΝΑΔΕΣ

2. Να αποδείξετε ότι η f είναι αντιστρέψιμη.

8 ΜΟΝΑΔΕΣ

3. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = f(f^{-1}(-2) + f^{-1}(1))$$

7 ΜΟΝΑΔΕΣ

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω ο μιγαδικός αριθμός

$$\alpha = 2 \left(\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} + i\eta\mu\frac{\pi}{6} \right)$$

1. Να υπολογίσετε τον α^6 .

8 ΜΟΝΑΔΕΣ

2. Να λύσετε ως προς w την εξίσωση

$$\left(\frac{\alpha}{w} \right)^3 = 1$$

9 ΜΟΝΑΔΕΣ

3. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των μιγαδικών αριθμών z για τους οποίους ισχύει

$$\operatorname{Im} \left(\frac{z - \alpha}{\bar{\alpha}} \right) = 0$$

8 ΜΟΝΑΔΕΣ

ΖΗΤΗΜΑ 3

Έστω Σ το σύνολο όλων των μιγαδικών αριθμών z της μορφής

$$z = \sigma\upsilon\nu t + \frac{1}{\eta\mu t} i$$

όπου t πραγματικός αριθμός με $t \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

1. Να αποδείξετε ότι για κάθε $z \in \Sigma$ είναι και $\bar{z} \in \Sigma$

10 ΜΟΝΑΔΕΣ

2. Να αποδείξετε ότι για κάθε $z \in \Sigma$ ισχύει $|z| \geq 1$.

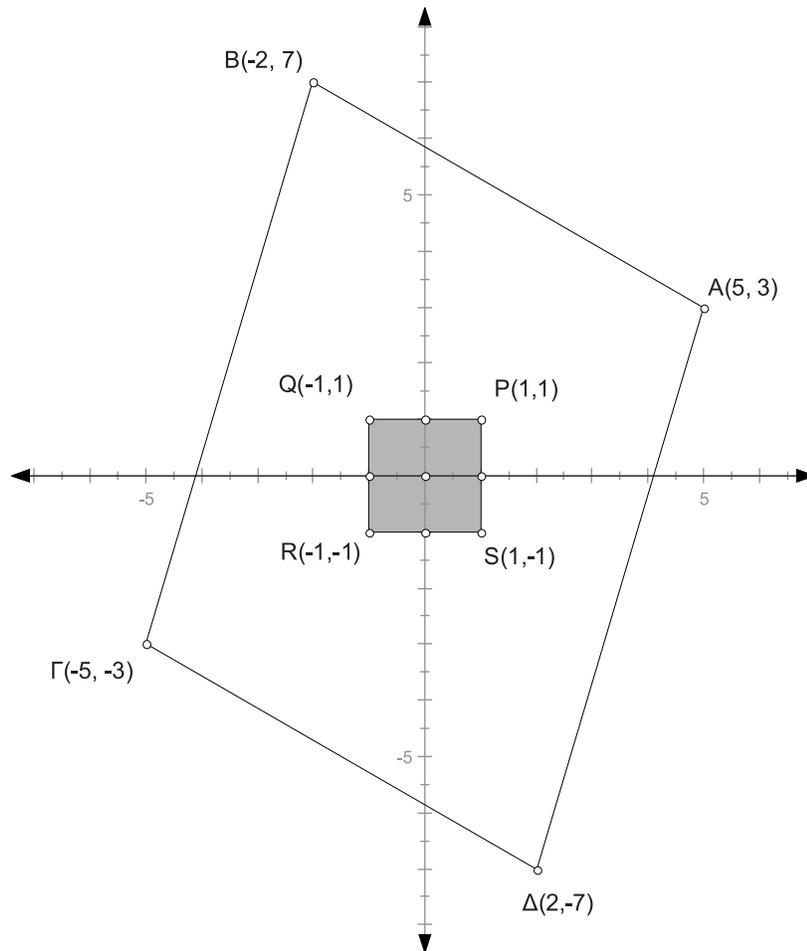
10 ΜΟΝΑΔΕΣ

3. Να αποδείξετε ότι το Σ περιέχει στοιχεία οσοδήποτε μεγάλου μέτρου.

5 ΜΟΝΑΔΕΣ

ΖΗΤΗΜΑ 4

Ένας σπουδαστής προγραμματισμού θέλει να ενσωματώσει σε ένα πρόγραμμα γραφικών την εξής λειτουργία: Με μία εντολή το τετράγωνο PQRS του σχήματος να μετασχηματίζεται μέσω ενός γραμμικού μετασχηματισμού στο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ.



Στην προσπάθεια του δοκιμάζει ένα γραμμικό μετασχηματισμό T τέτοιοι ώστε το P να απεικονίζεται στο A και το Q να απεικονίζεται στο B .

1. Να βρείτε ποιος πρέπει να είναι ο μετασχηματισμός T .

12 ΜΟΝΑΔΕΣ

2. Να επαληθεύσετε ότι ο μετασχηματισμός T που βρήκατε πράγματι απεικονίζει το $PQRS$ στο $ABΓΔ$.

8 ΜΟΝΑΔΕΣ

3. Να εξετάσετε αν είναι δυνατόν, με κατάλληλη επιλογή του T , το $PQRS$ να απεικονίζεται σε ένα, τυχόν πλέον, παραλληλόγραμμο Π του οποίου το κέντρο συμπίπτει με την αρχή των αξόνων.

5 ΜΟΝΑΔΕΣ